Límites de la lógica de predicados de primer orden para el análisis lingüístico

Diego N. Márquez Sosa
Universidad Nacional de Colombia
(Santafé de Bogotá, Colombia)

La lógica de predicados de primer orden es una herramienta muy conveniente para abordar problemas de ambigüedad propios del lenguaje natural. El hecho de que dentro de este sistema existan valores fijos para las interpretaciones, impide que existan ambigüedades o vaguedades. Sin embargo, esta lógica no puede abarcar todas las expresiones del lenguaje natural, en tanto sus valores fijos no permiten abordar oraciones que no sean afirmaciones o que no estén dadas en términos de cuantificadores absolutos ya sean existenciales o universales. Este documento muestra algunas insuficiencias de la lógica de primer orden que se evidencian en el análisis lingüístico.

Palabras clave: *lógica de primer orden, cuantificadores, lenguaje artificial, composicionalidad.*

The Limitations of First-Order Predicate Logic for Linguistic Analysis
The logic of first-order predicates is a very convenient tool to address ambiguity problems inherent in natural language. The existence of fixed values for interpretation within this system prevents ambiguities. Yet, logic cannot cover all natural linguistic expressions, since fixed values do not address sentences that are not statements or that are not given in terms of existential or universal absolute quantifiers. The study shows some of the shortcomings of first-order logic revealed in the linguistic analysis.

Keywords: *First-order logic, quantifiers, artificial language, composition*

Limites de la logique de prédicats du premier ordre pour l'analyse linguistique
La logique de prédicats du premier ordre est un outil très pratique pour résoudre les problèmes de l'ambiguïté inhérente au langage naturel. L'existence des valeurs fixes pour les interprétations au sein de ce système empêche aussi l'existence d'ambiguïtés ou d'imprécisions. Cependant, cette logique ne peut pas embrasser toutes les expressions du langage naturel tandis que leurs valeurs fixes ne traitent pas des énoncés qui ne sont pas des déclarations ou ne sont pas données en termes de quantificateurs existentiels absolus ou universels. Ce document présente quelques lacunes de la logique de premier ordre qui se manifeste dans l'analyse linguistique

Lenguaje, 36 (2), 617-628.

Mots clé : *logique du premier ordre, prédicats de premier ordre, quantificateurs absolus, quantificateurs universels, langage artificiel, compositionalité.*

TIPOS INSUFICIENTES

Además de conectores y cuantificadores, la lógica de predicados de primer orden sólo contiene dos tipos de símbolos. Existen expresiones individuales que se dan en dos clases: constantes individuales que se representan con las letras del alfabeto en minúscula (a,b,c,d…) y variables individuales que se representan comúnmente con las letras *x,y,z*. Ambas refieren a entidades dentro de un universo del discurso dado (aunque en diferentes formas). También existen constantes de predicados, expresiones que refieren a conjuntos de entidades. Esto significa que en lógica de predicados se pueden decir cosas acerca de las propiedades de las entidades y las relaciones que ellas mantienen con otras entidades. Sin embargo, como señalara Searle (1986) en cuanto a los actos de habla, con el lenguaje natural se puede hablar acerca de muchos más temas, y tener un repertorio infinito de posibles expresiones, lo cual sugiere que es necesario enriquecer el conjunto de tipos de expresiones que se pueden representar con la lógica, pues de lo contrario nunca reflejaría ni siquiera un mínimo del lenguaje natural. Considérese:

1) a. Alba es saludable
   b. Nadar es saludable
   c. Juan tiene todas las propiedades de Santa Claus
   d. El rojo tiene algo en común con el verde.

(1a) predica 'ser saludable' de Alba. Se puede representar esto como (2a) en donde *a* representa al individuo 'Alba':

2) a. Saludable(a)
   b. Saludable (Nadar)
   c. $\forall$P ((P(s) $\rightarrow$ P(j))
   d. $\exists\wp(\wp(\text{Rojo}) \wedge \wp(\text{Verde}))$

(1b) muestra que también se puede predicar una propiedad de una propiedad: el acto de nadar es una actividad saludable. Pero algo como

Saludable (Nadar) en (2b) no es una fórmula bien formada en lógica de predicados en tanto la lógica de primer orden se restringe a que sólo se puede predicar acerca de individuos (ya sean constantes o variables). Un problema similar se establece en (1c), el cual expresa cuantificación sobre propiedades más que sobre individuos. Se podría representar esto como (2c), en donde 'P = tener propiedades de santa' pero no se puede hacer esto en lógica de predicados de primer orden, porque sólo se tienen constantes de predicados y no variables de predicado. (1d) es aún más complejo porque se está cuantificando sobre propiedades de propiedades hay una propiedad, la cual se puede representar como '$\wp$', que es común tanto para el rojo como para el verde. Luego la fórmula en (2d) cuantifica sobre propiedades de propiedades.

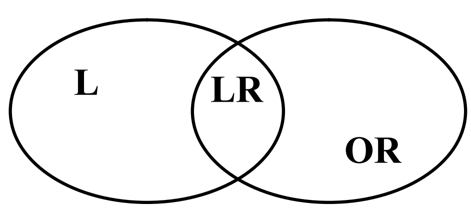
Problemas similares ocurren en la interpretación de modificadores del lenguaje natural. Compárese la interpretación de los adjetivos en (3a) y (3b):

3) a. Había un libro rojo sobre la mesa
   b. Había un elefante pequeño en el zoológico

Se puede traducir (3a) como (4a), pero (3b) no puede ser tomado como (4b):

4) a. $\exists$x ((Libro(x) $\wedge$ Rojo(x) $\wedge$ Sobre-la-mesa(x))
   b. $\exists$x ((Elefante(x) $\wedge$ Pequeño(x) $\wedge$ en-el-zoológico(x))

Existe una diferencia crucial entre adjetivos 'absolutos' como rojo en (3a) y adjetivos 'relativos' como pequeño en (3b). Los adjetivos absolutos describen propiedades de individuos independientemente de la contribución del nombre. Los adjetivos relativos son dependientes del nombre que ellos modifican. El conjunto de libros rojos (LR) es un subconjunto del conjunto de los libros, el cual se puede encontrar en la intersección del conjunto de libros (L) y el conjunto de objetos rojos (OR)



De igual manera, el conjunto de elefantes pequeños es un subconjunto del conjunto de elefantes. Pero a diferencia del caso de los 'libros rojos' no se puede construir este conjunto de la intersección entre el conjunto de elefantes y el conjunto de objetos pequeños. Después de todo, un elefante pequeño es de todos modos un objeto grande. Los adjetivos relativos no describen propiedades de individuos de manera independiente de la contribución del nombre. La esencia de un modificador es ser dependiente para su interpretación sobre la expresión que este modifica. Esto es algo que no se puede representar en lógica de predicados estándar, por lo tanto no se puede traducir (3b) dentro de este lenguaje.

Problemas similares ocurren con adverbios como lentamente en oraciones del tipo (5):

5) Michael nadó lentamente

Es posible que (5) no signifique que Michael nadó y que iba despacio. Si por ejemplo es el caso que Michael se refiriere al campeón olímpico Michael Phelps, en tal caso lentamente significa que no alcanzó sus mejores tiempos, pero de ningún modo quiere decir que nadara mal. Esto sugiere que el adverbio lentamente no describe una propiedad de los individuos, sino una forma de llevar a cabo una actividad como nadar por un individuo específico. De acuerdo con esto, el modificador se interpreta como un modificador del sintagma verbal más que como un predicado sobre individuos.

Se puede afirmar entonces que tal como en el caso de los predicados, se puede ir un nivel más arriba. Es decir, no sólo se necesitan modificadores de predicados, sino también se necesitan modificadores de modificadores:

6) a. Había un elefante muy pequeño en el zoológico
   b. Sara nadó terriblemente lento

Es claro que, *muy* y *terriblemente* no son predicados sobre individuos, ellos no están modificando el nombre o el verbo, ellos están intensificando e indicando el grado en el cual el individuo es pequeño o el modo en que se lleva a cabo la actividad lenta.

Los ejemplos en (1), (3), (5) y (6) indican que se tiene que enriquecer la lógica con más tipos, para que se puedan interpretar propiedades de propiedades, cuantificaciones sobre propiedades, modificación de propiedades, etc. Una forma de solucionar estos problemas es elevar el orden de la teoría. La lógica de predicados que se ha usado es también llamada de primer orden, porque sólo se tienen variables para individuos y predicados sobre individuos. Si se introducen variables para predicados y se permite predicación sobre predicados, se estaría pasando a una lógica de segundo orden. En tal teoría, fórmulas como (2b) están bien formadas. Obsérvese que para obtener ejemplos como (1d) se necesitaría llegar a una lógica de tercer orden, donde se tengan no sólo constantes de predicados, sino también variables sobre propiedades de propiedades, tales como $\wp$. A partir de la *teoría de tipos* matemática se han diseñado bastantes lógicas de orden superior que contienen un conjunto mayor de tipos de expresiones, las cuales podrían acercar a la lógica a una descripción más detallada del lenguaje natural Para una documentación más detallada de lógicas de orden superior se puede acudir a Dowty, Wall y Peters (1981) o Gamut (1991) .

Sin embargo, no todos los problemas relacionados con la interpretación de modificadores son resueltos si se eleva el orden de la teoría semántica. Otra complicación que se observa en la semántica de modificadores concierne la interpretación de oraciones como (7):

7) a. Un viejo estudiante del departamento escribió un libro sobre semántica

b. El presunto asesino fue visto en San José

No se puede capturar el significado de adjetivos como *viejo* o *presunto* afirmando que el conjunto de viejos estudiantes del departamento es un subconjunto del conjunto de estudiantes del departamento, porque la contribución de viejo es exactamente decir que la persona no es estudiante. De manera similar, sería incorrecto describir el conjunto de presuntos asesinos como un subconjunto del conjunto de asesinos, porque la persona en cuestión bien puede haber sido inocente del cargo que se le imputa. Esto muestra que la extensión del sintagma modificado no puede ser derivada de la extensión del sintagma original. Esto implica que la semántica de adjetivos (y adverbios como *antiguamente* o *presuntamente*) no puede ser sostenida por una teoría extensional de interpretación.

CUANTIFICADORES INSUFICIENTES

Cuando se trata el lenguaje natural, no sólo se quiere representar cuantificadores lógicos tales como $\exists$ y $\forall$, sino básicamente todos los cuantificadores del lenguaje natural. Estos cuantificadores son de mucha ayuda, pero es claro que ellos no sirven para todas las expresiones cuantificadas posibles del lenguaje natural. Su fuerza reside en el hecho de que se pueden combinar entre ellos y con un número de conectores. Por ejemplo, se pueden combinar cuantificadores existenciales y universales con la negación para producir no, no todos como en (8a) y (8b):

8) a. Ningún estudiante rió

$\neg\exists x(\text{Estudiante}(x) \wedge \text{Reír}(x))$

b. No todos los estudiantes rieron

$\neg\forall x(\text{Estudiante}(x) \rightarrow \text{Reír}(x))$

c. Al menos dos estudiantes rieron

$\exists x\exists y(x \neq y \wedge \text{Estudiante}(x) \wedge \text{Estudiante}(y) \wedge \text{Reír}(x) \wedge \text{Reír}(y))$

d. El decano rió

$\exists x(\text{Decano}(x) \wedge \exists y\ (\text{Decano}(y) \rightarrow [y = x]) \wedge \text{Reír}(x))$

Se pueden crear fórmulas como (8c) para representar numerales como al menos dos. Se puede incluso encontrar una forma de capturar descripciones definidas por medio de una combinación de cuantificación existencial y una condición de unicidad[1]. La traducción en (8d) también ilustra una diferencia más general entre nombres propios y descripciones definidas. Ambas pueden ser usadas para ilustrar un cierto individuo, pero a diferencia de los nombres propios, las descripciones definidas tienen un contenido descriptivo que caracteriza al individuo como teniendo una cierta propiedad.

Pero existen límites acerca de lo que se puede traducir en expresiones cuantificacionales del lenguaje natural dentro de la lógica de predicados. Por ejemplo, el caso que presenta Swart (1998) en cuanto a los problemas arrojados con la interpretación de *mayoría*. La autora argumenta que no se puede representar el significado de *mayoría* en términos de $\exists$ o $\forall$. Dado que es claro que *mayoría* no puede ser interpretado en términos de una

[1] Este tipo de interpretación es desarrollada con absoluta rigurosidad en Russell (1905).

combinación de existenciales, universales y negación porque 'mayoría' es más que 'algunos' y menos que 'todos'. Incluso, este involucra un componente proporcional del significado el cual no se encuentra en combinaciones como 'no todos' o 'algunos no'. Esto sugiere que algo razonable que se podría hacer para describir el significado de mayoría sin necesidad de combinar cuantificadores y conectores es extender el modelo de la lógica con un nuevo cuantificador M (para 'mayoría') y asignar a este las siguientes condiciones de verdad:

9) *MxPx* es verdadero si y sólo si para la mayoría de individuos x en el universo del discurso U es verdad que x tiene la propiedad P

No obstante, si se adopta esta definición del cuantificador M y se intenta traducir una oración como (10) usando M, se necesita relacionar los dos predicados por medio de un conector. Las siguientes traducciones resultan cuando se intenta usar la conjunción (como con el cuantificador existencial) y la implicación (como con el cuantificador universal):

10)a. La mayoría de niños rieron

b. Mx(Niños(x) ∧ Reír(x))

c. Mx(Niños(x) → Reír(x))

(10b) dice que la mayoría de individuos son tales que ellos son niños y ellos ríen. Esto no puede ser correcto: un universo del discurso que contenga más adultos que niños inmediatamente haría la oración falsa. (10c) también estaría incorrecta en tal contexto. Supóngase un universo en el que se tienen 20 adultos, todos ellos ríen, y 5 niños, de los cuales ninguno ríe. (10c) es verdadera en este modelo, porque el antecedente es falso, lo que hace que la fórmula se haga verdadera. De nuevo, esto contradice la intuición general. Se pueden intentar otras combinaciones de conectores, pero estas tampoco funcionarían.

De tal manera, ninguna de las traducciones satisface las condiciones de verdad, porque el significado de *la mayoría de niños* no puede ser calculado desde el significado de 'la mayoría de individuos x'. No se cuantifica directamente sobre individuos, sino que se cuantifica sobre los individuos que satisfacen la propiedad de ser un niño, y se toma una porción de este conjunto. Esto implica que la interpretación de *mayoría* tiene que tomar el conjunto de individuos denotados por el nombre.

Tal como Swart (1998) señala: "the determiner essentially "lives on" the denotation of the noun" (p. 162). Por lo que se obtiene que no es posible capturar esta relación de dependencia en lógica de predicados, porque la interpretación para cuantificadores $\exists$ y $\forall$ en términos de función de asignación[2] *g* es construida sobre la idea de revisar la aplicación de la fórmula para todos o algunos individuos en el universo del discurso. La interpretación de un cuantificador del lenguaje natural como *mayoría* no es sólo dependiente del universo del discurso, sino de algún subconjunto dentro del universo. La observación de que la interpretación de *mayoría* es definida de manera relativa al conjunto de individuos, lleva a la conclusión de que es imposible dar cuenta de esta expresión cuantificacional dentro de una teoría de primer orden que sólo permite cuantificación sobre individuos. Para dar cuenta de este cuantificador se necesitaría recurrir a una teoría de segundo orden, que permita incluir subconjuntos de conjuntos.

COMPOSICIONALIDAD

Existe una gran cantidad de literatura que defiende la lógica de predicados como un buen punto de partida para el análisis del lenguaje natural, en tanto esta es recursiva y altamente composicional en su interpretación. A pesar que esto es cierto, es necesario decir que la composicionalidad es mantenida a expensas de la sintaxis del lenguaje natural. Es decir, la lógica en si misma es altamente composicional en el proceso de interpretación, pero no existe proceso de traducción composicional que permita recobrar todas las partes de la estructura sintáctica del lenguaje natural en una traducción lógica. Esto es un problema particularmente para una teoría derivacional de interpretación tal como la formula la gramática de Montague (1977), porque la hipótesis de regla a regla del significado afirma que para cada estado de la derivación sintáctica se tiene una interpretación semántica para cada parte del árbol ya construido. Los hablantes tienen claras intuiciones acerca de lo que las partes de la oración significan, y es posible crear

[2] Una función de asignación es un mecanismo semántico para asignar valores de verdad a conjunto, consiste en revisar los valores posibles para cualquier x dentro de un Universo del Discurso, usualmente se representa en la letra *g*.(*cf.* Gamut, 1991).

modelos teóricos de interpretación para partes del árbol, pero la lógica de predicados no provee traducciones adecuadas de todas las partes, porque la sintaxis de la lógica no es la misma que la del lenguaje natural. El problema es tal que no es posible implementar una teoría derivacional de la gramática si no se sabe cómo traducir las partes de un árbol sintáctico. Este punto puede ser ilustrado mediante una oración cualquiera que forme un constituyente sintáctico y para la cual se quiera proveer una interpretación. Por ejemplo, predicados diádicos en lógica de predicados tienen la estructura en (11c):

11) a. Sara ama a Alfredo

b. Amar(s, a)

c. [o Sara [sv Ama a Alfredo]

La fórmula de lógica de predicados en (11b) tiene una estructura sintáctica 'plana': los dos argumentos están a la par. Sin embargo, en la sintaxis del español, existe una asimetría entre sujeto y objeto. El objeto y el verb alguna asimetría entre el sujeto y el objeto y que toman al sintagma nominal en función de objeto junto con el verbo como un constituyente. Si se quiere construir una interpretación composicional que refleje la estructura sintáctica en (11c), se necesita un procedimiento de interpretación que refleje la estructura de los constituyentes. Es decir, es necesario tener acceso a la interpretación del SV en el nivel intermedio de la construcción. Intuitivamente, esto no debería ser difícil: La interpretación del SV ama a Alfredo es una propiedad, tal como un predicado de un argumento como Reír.

No obstante, nada parecido a un SV se encuentra en la representación de la lógica de predicados en (11b). No existe correspondencia entre la descripción estructural de las oraciones del lenguaje natural y la traducción dentro de la lógica de primer orden: la oración es traducida como una totalidad. Esto claramente va en contra de la hipótesis regla a regla y del principio de composicionalidad del significado, el cual requiere que se derive el significado de las oraciones del lenguaje natural desde el significado de sus partes y la forma en que ellas son puestas juntas.

Existen otros ejemplos en los cuales sería preferible tener un procedimiento de interpretación con respecto a la estructura de constituyentes. Tal como Barwise y Cooper (1981) enfatizan, dentro de la lógica de predicados no existen análisis uniformes de los sintagmas nominales. Para verlo de manera más clara obsérvese las siguientes oraciones:

12) a. Pablo rió
Reír(p)
b. Cada estudiante rió
$\forall x(\text{Estudiante}(x) \rightarrow \text{Reír}(x))$
c. Algunos estudiantes rieron
$\exists x(\text{Estudiante}(x) \wedge \text{Reír}(x))$
d. La mayoría de estudiantes rieron
(No existe traducción en lógica de primer orden para d)

La estructura sintáctica de las oraciones en (12) es esencialmente la misma para todas [o SN SV]. Pero esta no es reflejada en la fórmula de la lógica de predicados. La noción de SN como un constituyente en el árbol sintáctico es recuperable en (12a), pero no en (12b) y (c). En estas fórmulas no existe una parte que represente el significado de SN como tal. (12d) ni siquiera puede ser traducida en lógica de primer orden, aunque también se espera obtener una interpretación composicional que refleje la misma construcción sintáctica de las anteriores oraciones. La conclusión que se puede obtener de estos ejemplos es que si se quiere hacer funcionar la semántica y la sintaxis de forma paralela, se necesita una noción semántica de SN, tal como se tiene una noción sintáctica de SN.

En resumen, los problemas de la lógica de predicados es que no tiene suficientes tipos, ni suficientes cuantificadores, ni es lo suficientemente composicional. Es necesario aumentar el nivel de interpretación de la lógica con el fin de que pueda abarcar mayores asuntos del lenguaje natural.

REFERENCIAS

Barwise, J. & Cooper, R. (1981). Generalized quantifiers and natural language. *Linguistics and philosophy 4*, 159-219.

Dowty, D. , Wall, R. & S. Peters (1981). *Introduction to Montague Semantics*. Boston: Reidel Publishing Co.

Gamut, L. T. F (1991). *Logic Language and Meaning.* Chicago: University Chicago Press.

Montague, R. (1977). *Ensayos de filosofía formal*. Madrid: Alianza.

Russell, B. (1905). On denoting. *Mind, 14*, 479-493. Reimpreso en B. Russell (1956), *Logic and Knowledge.* New York: R.C Marsh.

Searle, J. R. (1986). *Actos de habla*. Madrid: Ediciones Cátedra.

Swart, H. (1998) *Introduction to Natural Language Semantics.* Stanford: CSLI.

SOBRE EL AUTOR

Diego Nicolás Márquez Sosa

Lingüista de la Universidad Nacional de Colombia, investigador y docente en las áreas de lógica, semántica y lingüística, ha sido miembro del grupo Análisis del discurso y lógica y del grupo de Estudios de filosofía del lenguaje del Departamento de lingüística de la Universidad Nacional de Colombia.

Correo electrónico: dnmarquezs@unal.edu.co; ; dnicolasm@gmail.com

Fecha de recepción: 02-07-2008
Fecha de aceptación: 30-10-2008

Anexo
Lista de símbolos utilizados

Cuantificadores

Símbolo	Significado	Se lee como
$\forall$	Cuantificador universal	Para todo….
$\exists$	Cuantificador existencial	Existe ….
$\neg$	Negación	No… (expresiones como $\neg\exists$, $\neg\forall$ se pueden leer en lenguaje natural como ningún y algún respectivamente
$\rightarrow$	Implicación	Si …. Entonces… …implica…
$\wedge$	Conjunción	…y…